Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

**Кафедра «Теоретическая механика»**

**КУРСОВая работа**

**Провисание балки под действием силы тяжести**

по дисциплине «Математическое моделирование»

Выполнили

студент гр.13632/2 <*подпись*> Волоцкий А.А.

студент гр.13632/2 <*подпись*> Штамм М.А.

Руководитель

 <*подпись*>

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2019 г.

Санкт-Петербург

2019

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |
| --- | --- |
| Введение. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 3 |
| 1. Математическая модель . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 3 |
| 1.1. Основные допущения. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 3 |
| 1.2. Входные данные . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 3 |
| 1.3. Основные правила. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 4 |
| 2. Результаты моделирования. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 4 |
| Заключение. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 5 |
| Список литературы . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 6 |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

**ВВЕДЕНИЕ**

При расчете сооружений с висячими несущими элементами на динамические нагрузки важно учитывать изменение длины этих элементов, например, при действии температурных нагрузок. При изменении длины висячих несущих элементов может изменяться и напряженно-деформированное состояние всего сооружения. Например, в висячих мостах и трубопроводных переходах при увеличении или уменьшении длины висячих элементов будут изменяться прогибы и перемещения элементов сооружения (пилонов, балок жесткости). Будет изменяться конфигурация сооружения (как геометрически-нелинейной системы) – и, соответственно, значения собственных частот сооружения.

**1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ**

**1.1 Основные допущения**

При моделировании балки были сделаны следующие допущения:

1. Температура не влияет на балку.
2. Балка представлена в виде модели, состоящей из М.Т. с распределенной по ним массой балки и пружин, их связывающих.
3. Линейные размеры меняют жесткость пружины линейно.

**1.2 Входные данные**

Перед началом моделирования задаются следующие данные:

* Линейные размеры балки.
* Материал.

**1.3 Описание кода JavaScript**

 let ctx = space.getContext("2d"),

 ctt = graph.getContext("2d"),

 Fg,

 R,

 rho,

 E,

 t = 0,

 dt = 0.01, //переменная интегрироваания

 g = 10, //уск. св. падения

 k, //коэф. жесткости

 F\_l\_y, //сила упругости в левой пружине по оси у

 F\_r\_y, //сила упругости в правой пружине по оси у

 F\_y, //суммарная сила по оси у

 F\_l\_x, //сила упругости в левой пружине по оси х

 F\_r\_x, //сила упругости в правой пружине по оси х

 F\_x, //суммарная сила упругости по х

 F\_dis\_y, //сила сопр-ия у

 F\_dis\_x, //сила сопр-ия x

 betta, //коэф затухания

 cos\_l, //зн-ие косинуса для левой пружины

 cos\_r, //зн-ие косинуса для правой пружины

 sin\_l, //зн-ие синуса для левой пружины

 sin\_r, //зн-ие синуса для правой пружины

 a, //width

 b, //height

 L, //length

 ball\_weight,

 L\_spr,

 scale\_x,

 y\_max,

 max\_pot\_energy,

 i;

 //модуль физики

 function right\_spr\_deform(x, x\_next, y, y\_next) {

 return Math.sqrt(Math.pow((x\_next - x),2)+Math.pow((y\_next - y),2));

 }

 function left\_spr\_deform(x, x\_prev, y, y\_prev) {

 return Math.sqrt(Math.pow((x - x\_prev),2)+Math.pow((y - y\_prev),2));

 }

 function physics(i)

 {

 cos\_l = (r[i].y - r[i-1].y) / left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y);

 sin\_l = (r[i].x - r[i-1].x) / left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y);

 F\_l\_y = -k \* (left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y) - L\_spr) \* cos\_l;

 F\_l\_x = -k \* (left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y) - L\_spr) \* sin\_l;

 cos\_r = (r[i+1].y - r[i].y) / right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y);

 sin\_r = (r[i+1].x - r[i].x) / right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y);

 F\_r\_y = k \* (right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y) - L\_spr) \* cos\_r;

 F\_r\_x = k \* (right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y) - L\_spr) \* sin\_r;

 F\_dis\_x = -betta \* r[i].v\_x;

 F\_dis\_y = -betta \* r[i].v\_y;

 F\_y = F\_r\_y + F\_l\_y + Fg + F\_dis\_y;

 F\_x = F\_r\_x + F\_l\_x + F\_dis\_x;

 r[i].v\_y = r[i].v\_y + F\_y \* dt / r[i].m;

 r[i].v\_x = r[i].v\_x + F\_x \* dt / r[i].m;

 r[i].x = r[i].x + r[i].v\_x \* dt;

 r[i].y = r[i].y + r[i].v\_y \* dt;

 }

 function teor\_phys()

 {

 a = parseInt(document.getElementById("p1").value); //width

 b = parseInt(document.getElementById("p2").value); //height

 L = parseInt(document.getElementById("p3").value); //length

 let Qn = rho \* b / 1000 \* a / 1000,

 I = Math.pow(a,3) \* b / 12 / 1000000;

 R = 5 / 384 \* Qn \* Math.pow(L,4) / (E \* I);

 console.log(R+' m');

 ball\_weight = rho \* a / 1000 \* b / 1000 \* L / K;

 k = ball\_weight \* 100;

 betta = k / 20;

 L\_spr = L / (K - 1);

 scale\_x = 380 / L;

 for (i=0; i<K; i++)

 {

 r.push(new Ball(i \* L\_spr, 0, ball\_weight, 0, 0));

 }

 Fg = -r[1].m \* g;

 }

 function fast\_modeling()

 {

 while (t < 200)

 {

 for (i = 1; i < K - 1; i++)

 {

 physics(i);

 }

 t += dt;

 }

 y\_max = -r[4].y;

 t = 0;

 for (i = 1; i < K - 1; i++)

 {

 r[i].y = 0;

 r[i].x = i \* L\_spr;

 r[i].v\_x = 0;

 r[i].v\_y = 0;

 }

 max\_pot\_energy = sum\_pot\_energy();

 }

 function sum\_springs\_energy()

 {

 let sum\_spr\_energy = 0,

 L\_def,

 R\_def;

 for (i = 1; i < K; i += 2){

 L\_def = left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y) - L\_spr;

 R\_def = right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y) - L\_spr;

 sum\_spr\_energy += k \* Math.pow(L\_def,2) / 2 + k \* Math.pow(R\_def,2) / 2;

 }

 return sum\_spr\_energy;

 }

 function sum\_kin\_energy()

 {

 let E\_kin = 0;

 for (i = 1; i < K - 1; i++)

 {

 E\_kin += r[i].kin\_energy();

 }

 return E\_kin;

 }

 function sum\_pot\_energy()

 {

 let E\_pot = 0;

 for (i = 0; i < K; i++)

 {

 E\_pot += (r[i].m \* g \* y\_max - r[i].pot\_energy());

 }

 return E\_pot;

 }

 function sum\_full\_energy()

 {

 return sum\_pot\_energy() + sum\_kin\_energy() + sum\_springs\_energy();

 }

 //модуль рисования

 function draw()

 {

 t += dt;

 ctx.beginPath();

 ctx.arc(10 +r [0].x \* scale\_x, 100, 10, 0, 2 \* Math.PI);

 ctx.arc(10 + r[K-1].x \* scale\_x, 100, 10, 0, 2 \* Math.PI);

 ctx.fill();

 let e\_kin\_prev = sum\_kin\_energy(),

 e\_pot\_prev = sum\_pot\_energy(),

 e\_spr\_prev = sum\_springs\_energy(),

 e\_full\_prev = sum\_full\_energy(),

 energy\_scale = -180 / max\_pot\_energy;

 for (i = 1; i < K - 1; i++)

 {

 ctx.beginPath();

 ctx.fillStyle = 'white';

 ctx.arc(10 + r[i].x \* scale\_x, 100 - r[i].y \* 10, 11, 0, 2 \* Math.PI);

 ctx.fill();

 ctx.beginPath();

 physics(i);

 ctx.fillStyle = 'black';

 ctx.arc(10 + r[i].x \* scale\_x, 100 - r[i].y \* 10, 10, 0, 2 \* Math.PI);

 ctx.fill();

 }

 ctt.lineWidth = '2';

 ctt.beginPath();

 ctt.moveTo((t - dt) \* 10,200 + e\_pot\_prev\*energy\_scale);

 ctt.strokeStyle = 'red';

 ctt.lineTo(t \* 10,200 + sum\_pot\_energy()\*energy\_scale);

 ctt.stroke();

 ctt.beginPath();

 ctt.moveTo((t - dt) \* 10,200 + e\_spr\_prev \* energy\_scale);

 ctt.strokeStyle = 'black';

 ctt.lineTo(t \* 10,200 + sum\_springs\_energy() \* energy\_scale);

 ctt.stroke();

 ctt.beginPath();

 ctt.moveTo((t - dt) \* 10,200 + e\_kin\_prev \* energy\_scale);

 ctt.strokeStyle = 'green';

 ctt.lineTo(t \* 10,200 + sum\_kin\_energy() \* energy\_scale);

 ctt.stroke();

 ctt.beginPath();

 ctt.moveTo((t - dt) \* 10,200 + e\_full\_prev \* energy\_scale);

 ctt.strokeStyle = 'blue';

 ctt.lineTo(t \* 10,200 + sum\_full\_energy() \* energy\_scale);

 ctt.stroke();

 if (t > 40)

 {

 ctt.beginPath();

 ctt.fillStyle = 'white';

 ctt.rect(0,0,400,400);

 ctt.fill();

 t = 0;

 drawgraf();

 }

 }

 function drawgraf()

 {

 let ctthig = 400,

 cttlen = 400;

 ctt.beginPath();

 ctt.strokeStyle = 'black';

 ctt.lineWidth="3";

 ctt.moveTo(0,ctthig / 2);

 ctt.lineTo(cttlen,ctthig / 2);

 ctt.lineTo(cttlen - 10,ctthig / 2 - 10);

 ctt.moveTo(cttlen,ctthig / 2);

 ctt.lineTo(cttlen - 10,ctthig / 2 + 10);

 ctt.moveTo(0, ctthig);

 ctt.lineTo(0,0);

 ctt.lineTo(-10,10);

 ctt.moveTo(0,0);

 ctt.lineTo(10,10);

 ctt.stroke();

 ctt.beginPath();

 ctt.lineWidth = '1';

 ctt.rect(299, 0, 101, 60);

 ctt.stroke();

 ctt.beginPath();

 ctt.lineWidth = '4';

 ctt.strokeStyle = 'red';

 ctt.moveTo(390, 7);

 ctt.lineTo(395,7);

 ctt.stroke();

 ctt.beginPath();

 ctt.lineWidth = '4';

 ctt.strokeStyle = 'black';

 ctt.moveTo(390, 22);

 ctt.lineTo(395,22);

 ctt.stroke();

 ctt.beginPath();

 ctt.lineWidth = '4';

 ctt.strokeStyle = 'green';

 ctt.moveTo(390, 37);

 ctt.lineTo(395,37);

 ctt.stroke();

 ctt.beginPath();

 ctt.lineWidth = '4';

 ctt.strokeStyle = 'blue';

 ctt.moveTo(390, 52);

 ctt.lineTo(395,52);

 ctt.stroke();

 ctt.font = "normal small-caps normal 13px Times New Roman";

 ctt.fillText('Full', 300, 55);

 ctt.font = "normal small-caps normal 13px Times New Roman";

 ctt.fillText('Kinetic', 300, 40);

 ctt.font = "normal small-caps normal 13px Times New Roman";

 ctt.fillText('Interaction', 300, 25);

 ctt.font = "normal small-caps normal 13px Times New Roman";

 ctt.fillText('Potencial', 300, 10);

 }

 //модуль вывода

 button1.onclick = function()

 {

 ctt.moveTo(0,200);

 if (document.getElementById('p4').checked === true)

 {

 rho = 7900;

 E = 200000;

 }

 if (document.getElementById('p5').checked === true)

 {

 rho = 600;

 E = 100000;

 }

 teor\_phys();

 fast\_modeling();

 timerId = setInterval(draw, 60/1000);

 drawgraf();

 };

 button2.onclick = function()

 {

 clearInterval(timerId);

 };

 button3.onclick = function()

 {

 clearInterval(timerId);

 r = [];

 t = 0;

 ctx.beginPath();

 ctx.fillStyle = 'white';

 ctx.rect(0,0,400,400);

 ctx.fill();

 ctt.beginPath();

 ctt.fillStyle = 'white';

 ctt.rect(0,0,400,400);

 ctt.fill();

 }

}

**2. Результаты моделирования**

Масштаб в каждом случае подбирается по-разному, для удобства наблюдения. Давайте смоделируем деревянную и стальную балку, с одинаковыми линейными размерами в одном окне. Линейные размеры: 10мм\*10мм\*10м.



Рис 1. Деревянная балка

Добавим железную.



Рис. 2 Железная и деревянная балка вместе.

Наблюдаем , что балки провисли на разные величины. Это подтверждает и практические эксперементы, и график энергий.



Рис. 4 График энергий для деревянной балки.



Рис. 5 График энергий для 2 балок.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Таким образом, в данной работе:

* предложена модель, позволяющая представить порядок отклонения от горизонтали балки, и сравнить отклонения для различных материалов.
* модель реализована в виде программы-симулятора на языке JS.

**Форма задания на выполнение
курсового проекта**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

**ЗАДАНИЕ**

**НА ВЫПолнение курсового проекта**

студентам группы 13632/1 Штамму М.А., Волоцкому А.А.

***1. Тема проекта:*** Провисание балки под действием силы тяжести

***2. Срок сдачи студентом законченного проекта***

 ***3. Исходные данные к проекту***: курс лекций по математическому моделированию за первый и второй семестры

 ***4. Содержание пояснительной записки*** (перечень подлежащих разработке вопросов): введение, основная часть (раскрывается структура основной части), заключение, список использованных источников, приложения.

Примерный объём пояснительной записки 12 страниц печатного текста.

***5. Перечень графического материала*** (с указанием обязательных чертежей и плакатов): отсутствует

***6. Консультанты***

 ***7. Дата получения задания***: «\_\_\_».\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Руководитель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 *(подпись) (инициалы, фамилия)*

Задание принял к исполнению \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 *(подпись студента) (инициалы, фамилия)*

Задание принял к исполнению \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 *(подпись студента) (инициалы, фамилия)*

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*(дата)*