Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

**Кафедра «Теоретическая механика»**

**КУРСОВая работа**

**Провисание балки под действием силы тяжести**

по дисциплине «Математическое моделирование»

Выполнили

студент гр.13632/2 <*подпись*> Волоцкий А.А.

студент гр.13632/2 <*подпись*> Штамм М.А.

Руководитель

<*подпись*>

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2019 г.

Санкт-Петербург

2019

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |
| --- | --- |
| Введение. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 3 |
| 1. Математическая модель . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 3 |
| 1.1. Основные допущения. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 3 |
| 1.2. Входные данные . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 3 |
| 1.3. Основные правила. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 4 |
| 2. Результаты моделирования. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 4 |
| Заключение. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 5 |
| Список литературы . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 6 |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

**ВВЕДЕНИЕ**

При расчете сооружений с висячими несущими элементами на динамические нагрузки важно учитывать изменение длины этих элементов, например, при действии температурных нагрузок. При изменении длины висячих несущих элементов может изменяться и напряженно-деформированное состояние всего сооружения. Например, в висячих мостах и трубопроводных переходах при увеличении или уменьшении длины висячих элементов будут изменяться прогибы и перемещения элементов сооружения (пилонов, балок жесткости). Будет изменяться конфигурация сооружения (как геометрически-нелинейной системы) – и, соответственно, значения собственных частот сооружения.

**1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ**

**1.1 Основные допущения**

При моделировании балки были сделаны следующие допущения:

1. Температура не влияет на балку.
2. Балка представлена в виде модели, состоящей из М.Т. с распределенной по ним массой балки и пружин, их связывающих.
3. Линейные размеры меняют жесткость пружины линейно.

**1.2 Входные данные**

Перед началом моделирования задаются следующие данные:

* Линейные размеры балки.
* Материал.

**1.3 Описание кода JavaScript**

let ctx = space.getContext("2d"),

ctt = graph.getContext("2d"),

Fg,

R,

rho,

E,

t = 0,

dt = 0.01, //переменная интегрироваания

g = 10, //уск. св. падения

k, //коэф. жесткости

F\_l\_y, //сила упругости в левой пружине по оси у

F\_r\_y, //сила упругости в правой пружине по оси у

F\_y, //суммарная сила по оси у

F\_l\_x, //сила упругости в левой пружине по оси х

F\_r\_x, //сила упругости в правой пружине по оси х

F\_x, //суммарная сила упругости по х

F\_dis\_y, //сила сопр-ия у

F\_dis\_x, //сила сопр-ия x

betta, //коэф затухания

cos\_l, //зн-ие косинуса для левой пружины

cos\_r, //зн-ие косинуса для правой пружины

sin\_l, //зн-ие синуса для левой пружины

sin\_r, //зн-ие синуса для правой пружины

a, //width

b, //height

L, //length

ball\_weight,

L\_spr,

scale\_x,

y\_max,

max\_pot\_energy,

i;

//модуль физики

function right\_spr\_deform(x, x\_next, y, y\_next) {

return Math.sqrt(Math.pow((x\_next - x),2)+Math.pow((y\_next - y),2));

}

function left\_spr\_deform(x, x\_prev, y, y\_prev) {

return Math.sqrt(Math.pow((x - x\_prev),2)+Math.pow((y - y\_prev),2));

}

function physics(i)

{

cos\_l = (r[i].y - r[i-1].y) / left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y);

sin\_l = (r[i].x - r[i-1].x) / left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y);

F\_l\_y = -k \* (left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y) - L\_spr) \* cos\_l;

F\_l\_x = -k \* (left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y) - L\_spr) \* sin\_l;

cos\_r = (r[i+1].y - r[i].y) / right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y);

sin\_r = (r[i+1].x - r[i].x) / right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y);

F\_r\_y = k \* (right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y) - L\_spr) \* cos\_r;

F\_r\_x = k \* (right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y) - L\_spr) \* sin\_r;

F\_dis\_x = -betta \* r[i].v\_x;

F\_dis\_y = -betta \* r[i].v\_y;

F\_y = F\_r\_y + F\_l\_y + Fg + F\_dis\_y;

F\_x = F\_r\_x + F\_l\_x + F\_dis\_x;

r[i].v\_y = r[i].v\_y + F\_y \* dt / r[i].m;

r[i].v\_x = r[i].v\_x + F\_x \* dt / r[i].m;

r[i].x = r[i].x + r[i].v\_x \* dt;

r[i].y = r[i].y + r[i].v\_y \* dt;

}

function teor\_phys()

{

a = parseInt(document.getElementById("p1").value); //width

b = parseInt(document.getElementById("p2").value); //height

L = parseInt(document.getElementById("p3").value); //length

let Qn = rho \* b / 1000 \* a / 1000,

I = Math.pow(a,3) \* b / 12 / 1000000;

R = 5 / 384 \* Qn \* Math.pow(L,4) / (E \* I);

console.log(R+' m');

ball\_weight = rho \* a / 1000 \* b / 1000 \* L / K;

k = ball\_weight \* 100;

betta = k / 20;

L\_spr = L / (K - 1);

scale\_x = 380 / L;

for (i=0; i<K; i++)

{

r.push(new Ball(i \* L\_spr, 0, ball\_weight, 0, 0));

}

Fg = -r[1].m \* g;

}

function fast\_modeling()

{

while (t < 200)

{

for (i = 1; i < K - 1; i++)

{

physics(i);

}

t += dt;

}

y\_max = -r[4].y;

t = 0;

for (i = 1; i < K - 1; i++)

{

r[i].y = 0;

r[i].x = i \* L\_spr;

r[i].v\_x = 0;

r[i].v\_y = 0;

}

max\_pot\_energy = sum\_pot\_energy();

}

function sum\_springs\_energy()

{

let sum\_spr\_energy = 0,

L\_def,

R\_def;

for (i = 1; i < K; i += 2){

L\_def = left\_spr\_deform(r[i].x, r[i-1].x, r[i].y, r[i-1].y) - L\_spr;

R\_def = right\_spr\_deform(r[i].x, r[i+1].x, r[i].y, r[i+1].y) - L\_spr;

sum\_spr\_energy += k \* Math.pow(L\_def,2) / 2 + k \* Math.pow(R\_def,2) / 2;

}

return sum\_spr\_energy;

}

function sum\_kin\_energy()

{

let E\_kin = 0;

for (i = 1; i < K - 1; i++)

{

E\_kin += r[i].kin\_energy();

}

return E\_kin;

}

function sum\_pot\_energy()

{

let E\_pot = 0;

for (i = 0; i < K; i++)

{

E\_pot += (r[i].m \* g \* y\_max - r[i].pot\_energy());

}

return E\_pot;

}

function sum\_full\_energy()

{

return sum\_pot\_energy() + sum\_kin\_energy() + sum\_springs\_energy();

}

//модуль рисования

function draw()

{

t += dt;

ctx.beginPath();

ctx.arc(10 +r [0].x \* scale\_x, 100, 10, 0, 2 \* Math.PI);

ctx.arc(10 + r[K-1].x \* scale\_x, 100, 10, 0, 2 \* Math.PI);

ctx.fill();

let e\_kin\_prev = sum\_kin\_energy(),

e\_pot\_prev = sum\_pot\_energy(),

e\_spr\_prev = sum\_springs\_energy(),

e\_full\_prev = sum\_full\_energy(),

energy\_scale = -180 / max\_pot\_energy;

for (i = 1; i < K - 1; i++)

{

ctx.beginPath();

ctx.fillStyle = 'white';

ctx.arc(10 + r[i].x \* scale\_x, 100 - r[i].y \* 10, 11, 0, 2 \* Math.PI);

ctx.fill();

ctx.beginPath();

physics(i);

ctx.fillStyle = 'black';

ctx.arc(10 + r[i].x \* scale\_x, 100 - r[i].y \* 10, 10, 0, 2 \* Math.PI);

ctx.fill();

}

ctt.lineWidth = '2';

ctt.beginPath();

ctt.moveTo((t - dt) \* 10,200 + e\_pot\_prev\*energy\_scale);

ctt.strokeStyle = 'red';

ctt.lineTo(t \* 10,200 + sum\_pot\_energy()\*energy\_scale);

ctt.stroke();

ctt.beginPath();

ctt.moveTo((t - dt) \* 10,200 + e\_spr\_prev \* energy\_scale);

ctt.strokeStyle = 'black';

ctt.lineTo(t \* 10,200 + sum\_springs\_energy() \* energy\_scale);

ctt.stroke();

ctt.beginPath();

ctt.moveTo((t - dt) \* 10,200 + e\_kin\_prev \* energy\_scale);

ctt.strokeStyle = 'green';

ctt.lineTo(t \* 10,200 + sum\_kin\_energy() \* energy\_scale);

ctt.stroke();

ctt.beginPath();

ctt.moveTo((t - dt) \* 10,200 + e\_full\_prev \* energy\_scale);

ctt.strokeStyle = 'blue';

ctt.lineTo(t \* 10,200 + sum\_full\_energy() \* energy\_scale);

ctt.stroke();

if (t > 40)

{

ctt.beginPath();

ctt.fillStyle = 'white';

ctt.rect(0,0,400,400);

ctt.fill();

t = 0;

drawgraf();

}

}

function drawgraf()

{

let ctthig = 400,

cttlen = 400;

ctt.beginPath();

ctt.strokeStyle = 'black';

ctt.lineWidth="3";

ctt.moveTo(0,ctthig / 2);

ctt.lineTo(cttlen,ctthig / 2);

ctt.lineTo(cttlen - 10,ctthig / 2 - 10);

ctt.moveTo(cttlen,ctthig / 2);

ctt.lineTo(cttlen - 10,ctthig / 2 + 10);

ctt.moveTo(0, ctthig);

ctt.lineTo(0,0);

ctt.lineTo(-10,10);

ctt.moveTo(0,0);

ctt.lineTo(10,10);

ctt.stroke();

ctt.beginPath();

ctt.lineWidth = '1';

ctt.rect(299, 0, 101, 60);

ctt.stroke();

ctt.beginPath();

ctt.lineWidth = '4';

ctt.strokeStyle = 'red';

ctt.moveTo(390, 7);

ctt.lineTo(395,7);

ctt.stroke();

ctt.beginPath();

ctt.lineWidth = '4';

ctt.strokeStyle = 'black';

ctt.moveTo(390, 22);

ctt.lineTo(395,22);

ctt.stroke();

ctt.beginPath();

ctt.lineWidth = '4';

ctt.strokeStyle = 'green';

ctt.moveTo(390, 37);

ctt.lineTo(395,37);

ctt.stroke();

ctt.beginPath();

ctt.lineWidth = '4';

ctt.strokeStyle = 'blue';

ctt.moveTo(390, 52);

ctt.lineTo(395,52);

ctt.stroke();

ctt.font = "normal small-caps normal 13px Times New Roman";

ctt.fillText('Full', 300, 55);

ctt.font = "normal small-caps normal 13px Times New Roman";

ctt.fillText('Kinetic', 300, 40);

ctt.font = "normal small-caps normal 13px Times New Roman";

ctt.fillText('Interaction', 300, 25);

ctt.font = "normal small-caps normal 13px Times New Roman";

ctt.fillText('Potencial', 300, 10);

}

//модуль вывода

button1.onclick = function()

{

ctt.moveTo(0,200);

if (document.getElementById('p4').checked === true)

{

rho = 7900;

E = 200000;

}

if (document.getElementById('p5').checked === true)

{

rho = 600;

E = 100000;

}

teor\_phys();

fast\_modeling();

timerId = setInterval(draw, 60/1000);

drawgraf();

};

button2.onclick = function()

{

clearInterval(timerId);

};

button3.onclick = function()

{

clearInterval(timerId);

r = [];

t = 0;

ctx.beginPath();

ctx.fillStyle = 'white';

ctx.rect(0,0,400,400);

ctx.fill();

ctt.beginPath();

ctt.fillStyle = 'white';

ctt.rect(0,0,400,400);

ctt.fill();

}

}

**2. Результаты моделирования**

Масштаб в каждом случае подбирается по-разному, для удобства наблюдения. Давайте смоделируем деревянную и стальную балку, с одинаковыми линейными размерами в одном окне. Линейные размеры: 10мм\*10мм\*10м.

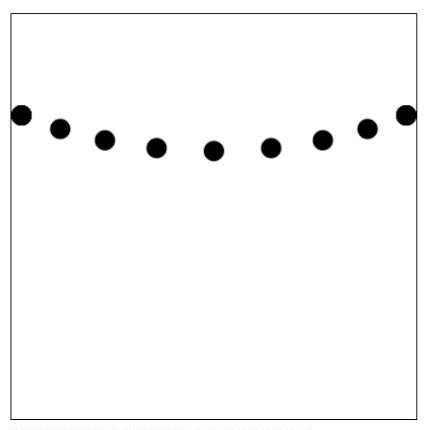


Рис 1. Деревянная балка

Добавим железную.

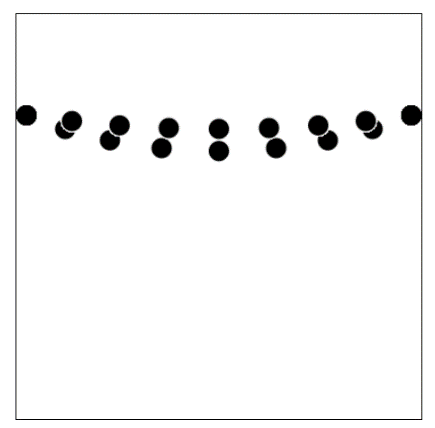


Рис. 2 Железная и деревянная балка вместе.

Наблюдаем , что балки провисли на разные величины. Это подтверждает и практические эксперементы, и график энергий.

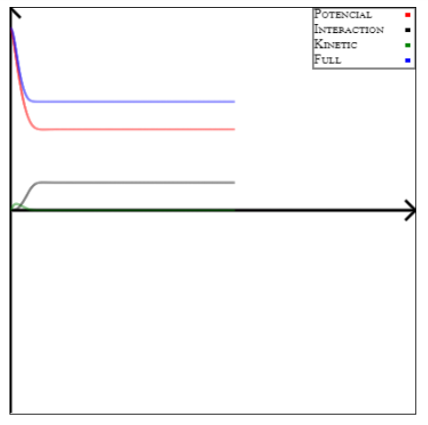


Рис. 4 График энергий для деревянной балки.

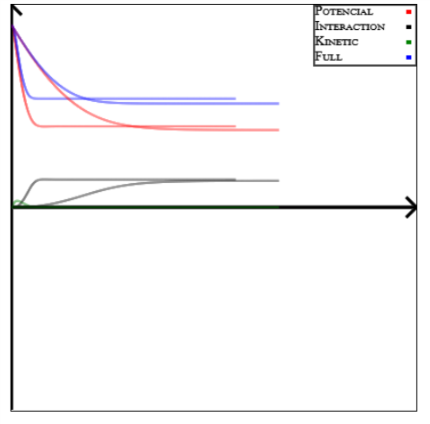


Рис. 5 График энергий для 2 балок.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Таким образом, в данной работе:

* предложена модель, позволяющая представить порядок отклонения от горизонтали балки, и сравнить отклонения для различных материалов.
* модель реализована в виде программы-симулятора на языке JS.

**Форма задания на выполнение   
курсового проекта**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

**ЗАДАНИЕ**

**НА ВЫПолнение курсового проекта**

студентам группы 13632/1 Штамму М.А., Волоцкому А.А.

***1. Тема проекта:*** Провисание балки под действием силы тяжести

***2. Срок сдачи студентом законченного проекта***

***3. Исходные данные к проекту***: курс лекций по математическому моделированию за первый и второй семестры

***4. Содержание пояснительной записки*** (перечень подлежащих разработке вопросов): введение, основная часть (раскрывается структура основной части), заключение, список использованных источников, приложения.

Примерный объём пояснительной записки 12 страниц печатного текста.

***5. Перечень графического материала*** (с указанием обязательных чертежей и плакатов): отсутствует

***6. Консультанты***

***7. Дата получения задания***: «\_\_\_».\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Руководитель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*(подпись) (инициалы, фамилия)*

Задание принял к исполнению \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*(подпись студента) (инициалы, фамилия)*

Задание принял к исполнению \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*(подпись студента) (инициалы, фамилия)*

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*(дата)*